平成１８年度（２００６年度）

信州大学大学院工学系研究科修士学位論文

専攻名　情報工学専攻

学籍番号　０５ＴＡ５３８Ｇ

氏名　実川　充

目次

セルペトリネットの形式化

1　はじめに

ドイツの C.A.Petri 博士によって提唱されたペトリネットは，グラフィック視覚ツール，シミュレータツール，数学的方法論の３つの機能を併せ持っている。そのため，並行的，非同期的，分散的，非決定的，確率的な動作をする一般的な情報・制御システムの，記述，設計，解析，検証に大変有用である。ペトリネットは，Place，Transition という二種類の Node をもつ二部有向グラフである。Place は円で表される Node で条件を表し，Transition は棒または箱で表される Node で事象を表す。そして，これらを結ぶアークは条件，事象の間の関係を表す。これらの Place，Transition，Arc によりシステムの構造を表現することができる。また，各円の中に書き入れた小丸である Token により，システムの動作状態を表す。Token があるデータを保持できるとき，これをカラーペトリネットという。

セルペトリネットとは，どのような場合にも Place と Transition の組み合わせによって，様々な処理ができるようにするための最小単位を Cell と考えたものである。最小単位の一つの Cell 内で Place と Transition が一つずつ，それらを Cell 内で接続する Place から Transition への Arc，さらに Cell 同士をつなぐための Transition から Place への Arc を合わせて Cell と呼ぶ。本稿ではこの Cell Petri Net について形式化していく。

2　セルペトリネット形式化の方法

Petri Net については，すでに Mizar article「Basic Petri Net Concepts」において，シンプルな定義や定理の形式化がなされている。本稿では，これらを基本に，Pauline N.KAWAMOTO AND YATSUKA NAKAMURA[1] により，Mizar の手法を用いてセルペトリネットの形式化を進めていく。

3　セルペトリネットの形式化

3.1　definition 1. PTN「構造」の定義

The quadruple $PTO = (P, T, I, O)$ is said to be a $place/transition\ net(P/Tnet)$when P,T are non-empty sets, $P \cap T = \emptyset, I \subseteq P \times T\ and\ O \subseteq T \times P$

ただし,

P:Place, T:Transition, I:InputPlace, O:OutputPlace

P = $\{\ p_1, p_2, \ldots, p_m\ \}$

T = $\{\ t_1, t_2, \ldots, t_n\ \}$

definition 1. については，すでに「Basic Petri Net Concepts」において次のように定義されている。

:: Place/Transition Net Structure

definition

struct PT_net_Str

(# Places, Transitions -> non empty set,

S-T_Arcs -> non empty Relation of the Places, the Transitions,

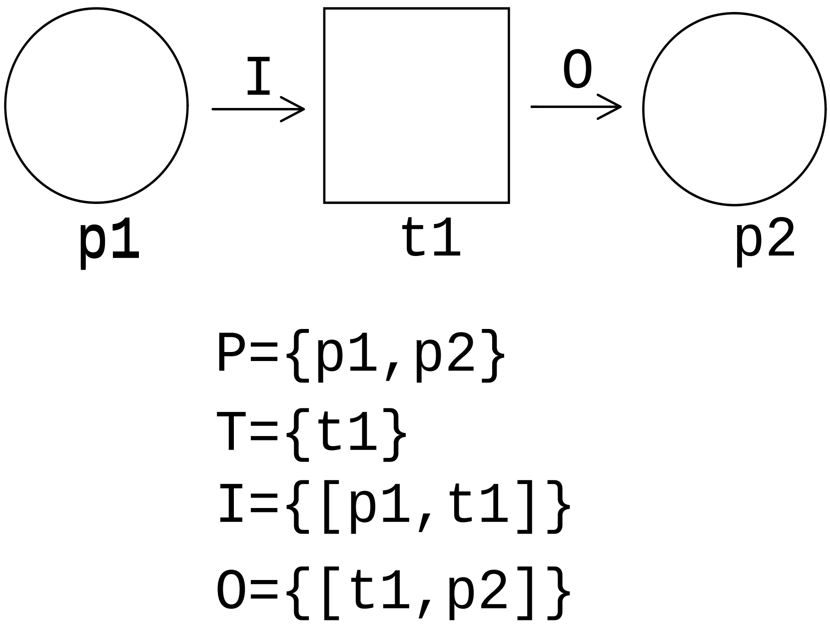

図 1　P/T net PTO={P,T,I,O}

T-S_Arcs -> non empty Relation of the Transitions, the Places #);
end;

従って，「PT_net_Str」は既にいつでも利用可能である。そこで，definition 1 には，次の１行を記述する。

:: definition 1
reserve PTN for PT_net_Str;

3.2　definition 2. 「$thin\, cylinder$」の定義

Let A, B be sets. We call a set D a *thin cylinder in* A^B when there exists a subsets B_0 of B and a mapping η_0 from B_0 into A such that B_0 is finite and $D = \{\eta : \eta \in A^B\, and (\forall z)(z \in B_0 \Rightarrow \eta(z) = \eta_0(z))\}$. We refer to the set of all thin cylinders in A^B as $C(A, B) = \{D : D\; is\, a\, thin\; cylinder\; in\; A^B\}$.

ここでは，まず，集合 A と B の thin cylinder を mode として定義する。

:: definition 2_1
::Thin cylinder mode::
reserve y for Function;
reserve z for set;
definition
let A, B be non empty set;
mode thin_cylinder of A,B -> set means

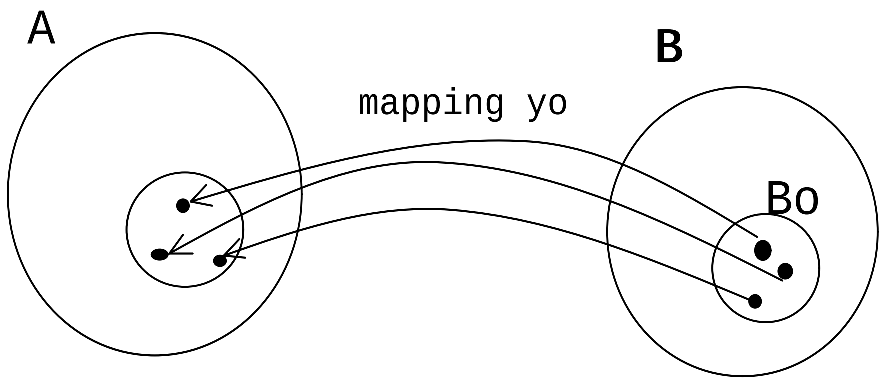

図 2　thin cylinder D={y:y is a mapping B->A and (for all z)(z in Bo implies y.z=yo.z)}

y in it iff ex Bo being Subset of B,
yo being Function of Bo,A st
y in Funcs(B,A) &
for z
holds z in Bo implies y.z = yo.z;
correctness;
::> *4
end;

次に， thin cylinder が集合として定義されたので，集合 A と B のすべての thin cylinder を表す thin_cylinders を定義する。

:: definition 2_2
::Function to generate all thin cylinders in A,B::
reserve D for set;
definition
let A, B be non empty set;
func thin_cylinders(A,B) -> set means
D in it iff ex d being thin_cylinder of A,B st d = D;
correctness;
::> *4,4
end;

以上が thin cylinder の定義である。

3.3 definition 3. 「loc」の定義

Let A, B be sets and D be a *thin cylinder* in A^B. We put $loc(D) = B_0(D)$.

thin cylinder の locus を得るための定義をする。

:: definition 3

::Function to obtain locus of thin cylinder::

```
definition
let A, B be non empty set;
let D be thin_cylinder of A,B;
func loc(D) -> set means
for y being Function holds y in D implies
ex Bo being Subset of B,
yo being Function of Bo,A st
for z
holds z in Bo implies y.z = yo.z
& it = Bo;
correctness;
::> *4,4
end;
```

3.4 definition 4. 「*colored Petri net*」の定義

A triplet $CPN = (PTN, CS, \rho)$ is called a *colored Petri net* when PTN is a P/T net, CS is a non-empty set, and $t^* \neq \emptyset \Rightarrow \rho(t, \cdot)$ is a mapping $C(CS, {}^*t) \rightarrow C(CS, t^*)$.

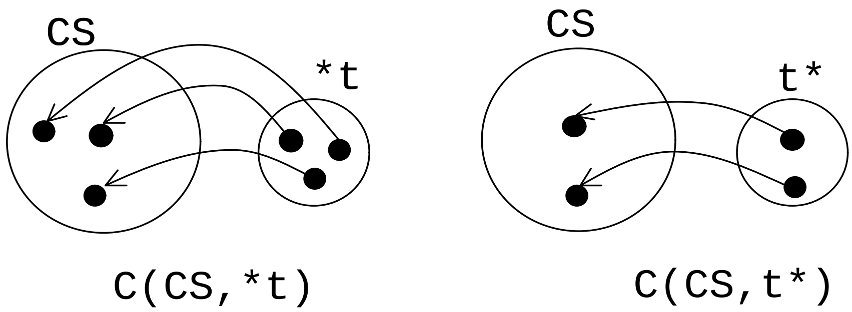

図 3　all thin cylinders(CS,*t),(CS,t*)

図 3 において，CS は Color Set，*t は Place から Transition への Arc を有するすべての Place の集合，t* は Transition から Place への Arc が指すすべての Place の集合，ρ は発火条件である。そうすると，ρ は，thin cylinder C(CS,*t) から C(CS,t*) への写像となり，*colored Petri net* CPN=(PTN,CS,ρ) で表すことができる。

3.5 definition 5. 「*color count*」の定義

Let CPN be a colored Petri net. A mapping ϵ from CS into Nat is said to be a *color count* of CPN. Here, $Nat = \{0, 1, ...\}$. We put $E = \{\epsilon : \epsilon \text{ is a } \textit{color count}\}$.

CS(Color Set) から NAT={0,1,2,...} への写像 ϵ が，color count である。また，color count 全体の集合を E とする。

3.6　definition 6.「$colored\ state$」の定義

Let CPN be a colored Petri net. A mapping m from P into E is said to be a *colored state* of CPN. We put $M = \{m : m$ is a colored state of $CPN\}$, whitch is the set of all colored states of CPN.

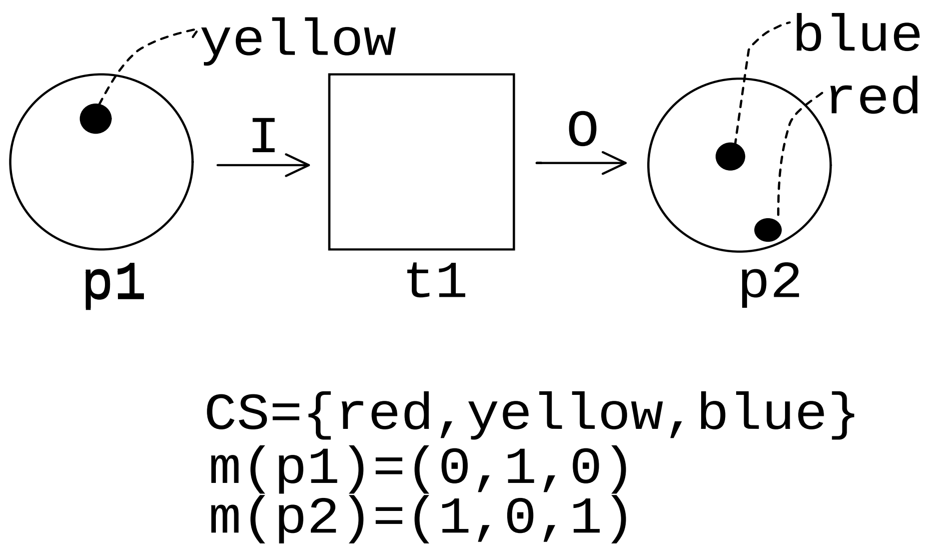

図 4　colored state

Place から E への写像 m が CPN の colored state である。従って, 図４の例のように, CS={red,yelloow,blue} とおけば，m(p1)=(0,1,0) のように表すことができる。

3.7　definition 7.「$outbound\ transition$」の定義

Let CPN be a colored Petri net. An element t_θ of T is called an *outbound transition* of CPN if $t_\theta^* = empty$. We will refer to the outbound transitions of CPN *colectively* as $T_\theta = \{t : t\ is\ an\ outbound\ trasition\}$.

t_θ が Transition の要素であり，$t_\theta^* = empty$ のとき，t_θ は outbound transition(図５) と呼ばれている。このとき，outbound transition 全体の集合を T_θ とする。

3.8　definition 8.「$connecting\ mapping$」の定義

Let $CPN1, CPN2$ be colored Petri nets. Assum $P1 \cap P2 = \emptyset, T1 \cap T2 = \emptyset$. The pair$(O_{12}, O_{21})$ is called a *connecting mapping* for $CPN1, CPN2$ if $O_{12} \subseteq T_{\theta 1} \times P_2$ and $O_{21} \subseteq T_{\theta 2} \times P_1$. When we

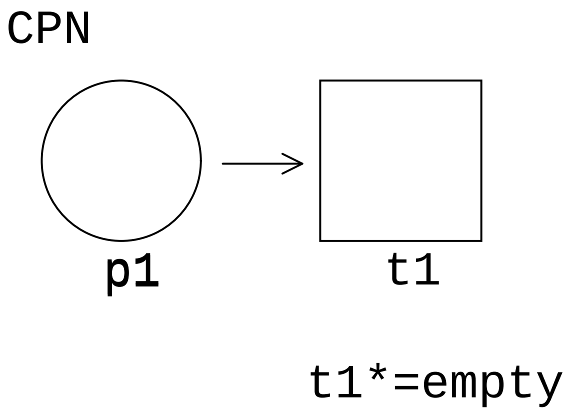

図 5　an outbound transition

refer to the place elements linked by O_{12} to an outbound transition $t_{\theta 1} \in T_{\theta 1}$, we use the notation $l(t_{\theta 1}) = \{p : p \in P_2 \text{ and } (\exists f)(f \in O_{12} \text{ and } f = [t_{\theta 1}, p])\}$. Similarly, for the set of places linked by O_{21} to an outbound transition $t_{\theta 2} \in T_{\theta 2}$, we use $l(t_{\theta 2}) = \{p : p \in P_1 \text{ and } (\exists f)(f \in O_{21} \text{ and } f = [t_{\theta 2}, p])\}$.

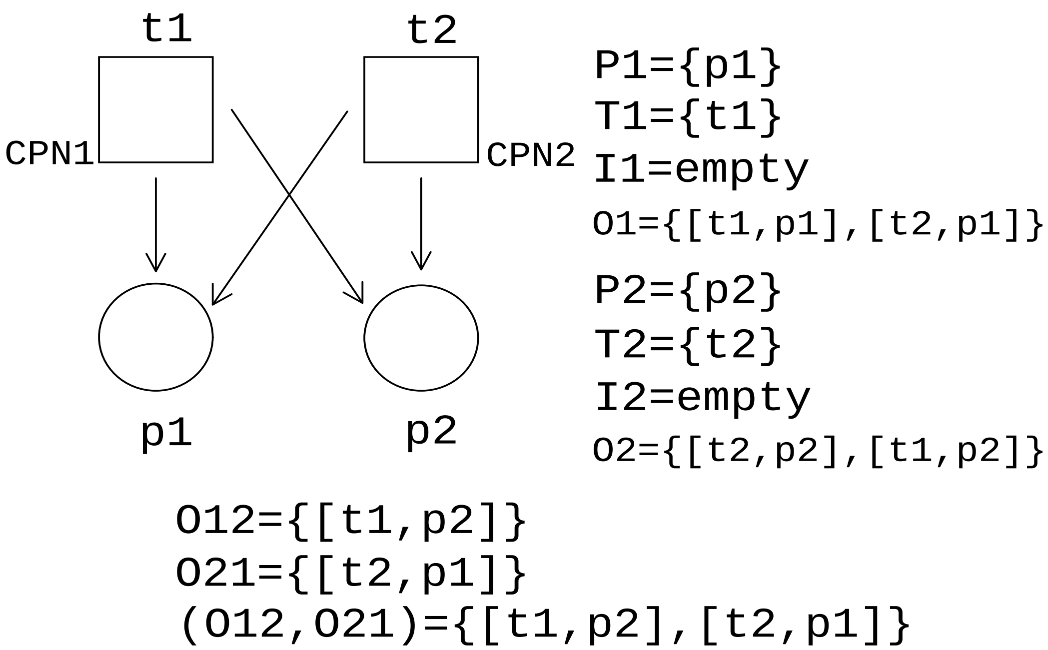

図 6　connecting mapping (O12,O21)

図 6 のように CPN が二つあり, $O_{12} \subseteq T_{\theta 1} \times P_2$ かつ $O_{21} \subseteq T_{\theta 2} \times P_1$ のとき, (O_{12}, O_{21}) を connecting mapping と定義する。また, outbound transition について, $t_{\theta 1} \in T_{\theta 1}$ のとき, $l(t_{\theta 1}) = \{p : p \in P_2 \text{ and } (\exists f)(f \in O_{12} \text{ and } f = [t_{\theta 1}, p])\}$, また $t_{\theta 2} \in T_{\theta 2}$ のとき, $l(t_{\theta 2}) = \{p : p \in P_1 \text{ and } (\exists f)(f \in O_{21} \text{ and } f = [t_{\theta 2}, p])\}$ と表す。

3.9 definition 9. 「$connecting\,firing\,rule$」の定義

Let $CPN1, CPN2$ be colored Petri nets. Assume $P1 \cap P2 = \emptyset, T1 \cap T2 = \emptyset$. A pair (ρ_{12}, ρ_{21}) is called a $connecting\,firing\,rule$ for $CPN1, CPN2$ when $\rho_{12}(t_{\theta 1}, \cdot)$ is a mapping $C(CS_1, {}^*t_{\theta 1}) \rightarrow C(CS_1, l(t_{\theta 1}))$, for all $t_{\theta 1} \in T_{\theta 1}$ and $\rho_{21}(t_{\theta 2}, \cdot)$ is a mapping $C(CS_2, {}^*t_{\theta 2}) \rightarrow C(CS_2, l(t_{\theta 2}))$, for all $t_{\theta 2} \in T_{\theta 2}$.

二つの CPN である CPN1 と CPN2 があり，$P1 \cap P2 = \emptyset, T1 \cap T2 = \emptyset$ のとき，(ρ_{12}, ρ_{21}) を connecting firing rule と定義する。ただし，すべての $t_{\theta 1} \in T_{\theta 1}$ に対して $\rho_{12}(t_{\theta 1}, \cdot)$ is a mapping $C(CS_1, {}^*t_{\theta 1}) \rightarrow C(CS_1, l(t_{\theta 1}))$ であり，またすべての $t_{\theta 2} \in T_{\theta 2}$ に対して $\rho_{21}(t_{\theta 2}, \cdot)$ is a mapping $C(CS_2, {}^*t_{\theta 2}) \rightarrow C(CS_2, l(t_{\theta 2}))$ である。

3.10 definition 10. 「$synthesis$」の定義

Let $CPN1, CPN2$ be colored Petri nets. A colored Petri net SPN is called a $synthesis$ of CPN_1, CPN_2 if $SPN = (P_1 \cup P_2, T_1 \cup T_2, I_1 \cup I_2, O_1 \cup O_2 \cup O_{12} \cup O_{21}, CS_1 \cup CS_2, \rho_1 + \cdot \rho_2 + \cdot \rho_{12} + \cdot \rho_{21})$, where $+\cdot$ is a synthesis of mappings.

二つの CPN である CPN1 と CPN2 があり，$SPN = (P_1 \cup P_2, T_1 \cup T_2, I_1 \cup I_2, O_1 \cup O_2 \cup O_{12} \cup O_{21}, CS_1 \cup CS_2, \rho_1 + \cdot \rho_2 + \cdot \rho_{12} + \cdot \rho_{21})$ のとき，SPN を CPN1 と CPN2 の synthesis と定義する。ここで，記号 $+\cdot$ は，synthesis of mappings である。

3.11 definition 11. 「$a\ synthesis\ of\ \{CPN_\alpha\}_{\alpha \in \Gamma}$」の定義

Let $\{CPN_\alpha\}_{\alpha \in \Gamma}$ be a family of colored Petri nets. Assume $P_\alpha \cap P_\beta = \emptyset$ and $T_\alpha \cap T_\beta = \emptyset$, for all $\alpha \neq \beta$. Given $O_{\alpha\beta}$ and $\rho_{\alpha\beta}$, for all $\alpha \neq \beta$, we call a colored Petri net SPN a $synthesis$ of $\{CPN_\alpha\}_{\alpha \in \Gamma}$ if $SPN = \oplus_{\alpha \in \Gamma} CPN_\alpha$. Here $SPN = (\cup_\alpha P_\alpha, \cup_\alpha T_\alpha, \cup_\alpha I_\alpha, (\cup_\alpha O_\alpha) \cup (\cup_{\alpha\beta} O_{\alpha\beta}), \cup_\alpha CS_\alpha, (\sum \oplus \rho_\alpha) + \cdot (\sum \oplus \rho_{\alpha\beta})$, for all $\alpha \neq \beta$, provided $(\exists D)(\rho_{\alpha\beta}(t_\alpha, D) \neq \emptyset$ and $p_{\alpha\beta\prime}(t_\alpha, D) \neq \emptyset \Rightarrow \beta = \beta\prime)$.

$\{CPN_\alpha\}_{\alpha \in \Gamma}$ が CPN であり，すべての $\alpha \neq \beta$ に対して $O_{\alpha\beta}$ and $\rho_{\alpha\beta}$ が与えられ，すべての $\alpha \neq \beta$ に対して $P_\alpha \cap P_\beta = \emptyset$ かつ $T_\alpha \cap T_\beta = \emptyset$ であるとき，SPN を $synthesis$ of $\{CPN_\alpha\}_{\alpha \in \Gamma}$ と定義する。ただし，すべての $\alpha \neq \beta$ に対して，$SPN = (\cup_\alpha P_\alpha, \cup_\alpha T_\alpha, \cup_\alpha I_\alpha, (\cup_\alpha O_\alpha) \cup (\cup_{\alpha\beta} O_{\alpha\beta}), \cup_\alpha CS_\alpha, (\sum \oplus \rho_\alpha) + \cdot (\sum \oplus \rho_{\alpha\beta})$ である。また，$(rho_{\alpha\beta}(t_\alpha, D) \neq \emptyset$ かつ $p_{\alpha\beta\prime}(t_\alpha, D) \neq \emptyset \Rightarrow \beta = \beta\prime)$ となる D が存在する。

3.12 definition 12. 「$cell\ Petri\ net$」の定義

Let X = $\{CPN_\alpha\}_{\alpha \in \Gamma}$ be a family of colored Petri nets and for $CPN_\alpha \in X$, let $N(CPN_\alpha) = \{CPN_\beta : O_{\alpha\beta}(t) \neq \emptyset$, for some $t \in T_\alpha, \alpha \neq \beta\}$. We call a pair $XPN = (X, N(\cdot))$ a $cell\ Petri\ net$.

図７において，CPNa，CPNb は CPN であるとする。Oab={[ta,pb]} が empty ではないとき，点線で囲んだ部分 XPN をセルペトリネットと定義する。

4 終わりに

Mizar の手法により，colored Petri nets の synthesis という概念を用いて，セルペトリネットの形式化を試みた。本形式化が完成すれば，セル同士が関係をもつシステムを用いたシミュレーションに応用することが

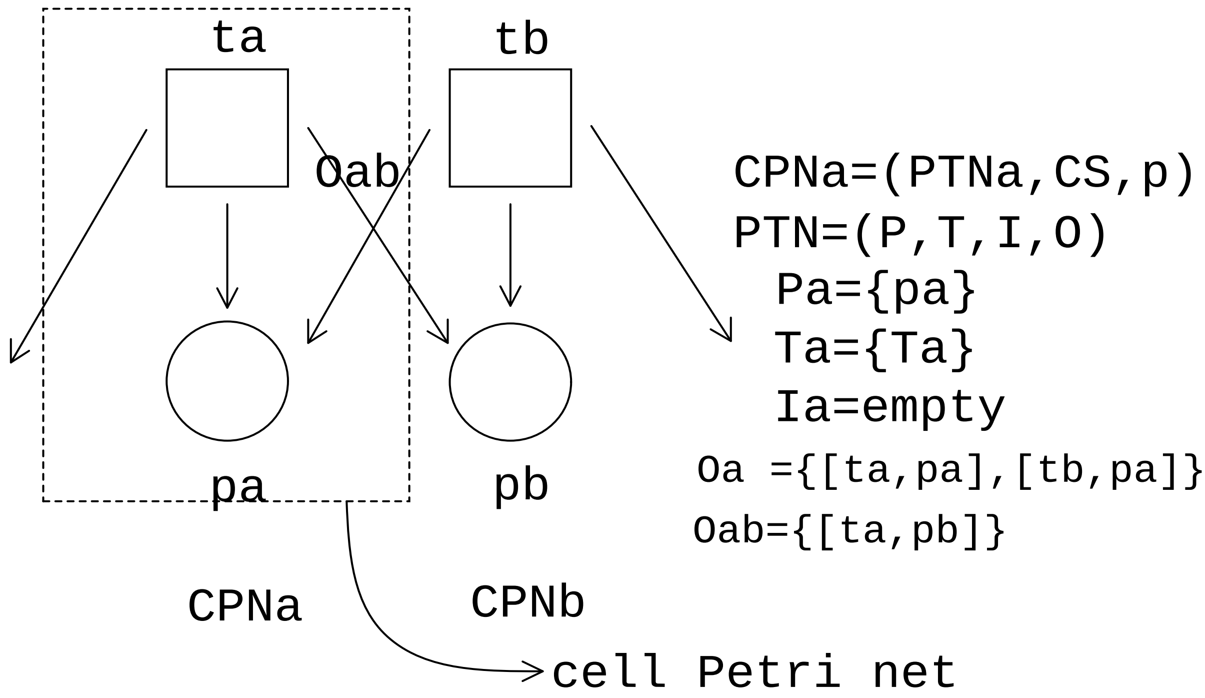

図 7　cell Petri net

でき，有限な位相空間上での基本的なペトリネットのふるまいの研究がさらに深められるであろう。形式化の完成に向け，さらに努力していきたいと考える。

謝辞

本研究にあたり，資料「ON CELL PETRI NETS」を提供していただき，さらに直接のご指導をいただいた信州大学助教授 Pauline N.KAWAMOTO 先生に感謝する。また，Mizar への刮目のきっかけを与えてくれた，信州大学大学院工学系研究科情報工学専攻の諸先生方に感謝する。

参考文献

[1] Pauline N.KAWAMOTO AND YATSUKA NAKAMURA. *ON CELL PETRI NETS*. Shinshu University.

[2] Pauline N.Kawamoto,Yasushi Fuwa,and Yatsuka Nakamura. *Basic Petri Net Concepts*. Association of Mizar Users,1992.

[3] 大矢長門. セルペトリネットツール. 修士論文資料. <http://e-vod.cs.shinshu-u.ac.jp/pauline/work/SUGSI/sugsi_research_note2.html>.

[4] 中村八束『グラフ理論』<http://markun.cs.shinshu-u.ac.jp/learn/graph/GraphTheory-j.html>.

[5] 奥川峻史『ペトリネットの基礎』(共立出版,1995)

[6] 村田忠夫『ペトリネットの解析と応用』(近代科学社,1992)
[7] 椎塚久雄『実例ペトリネット』(コロナ社,1992)
[8] 熊谷貞俊, 蔦田憲久『ペトリネットによる離散事象システム論』(コロナ社,1995)
[9] 森下信『セルオートマトン』(養賢堂,2003)
[10] 加藤恭義, 光成友孝, 築山洋『セルオートマトン法』(森北出版,1998)

付録

アーチクルの形式化に利用させていただいたのは，Mizar Ver. 7.8.03 (Win32/FPC) である。その際の環境部と definition4～12 を以下に記載する (definition1～3 までは本文中に記載)。

```
environ

 vocabularies RELAT_1, NET_1, MCART_1, ARYTM_3, BOOLE, PETRI, OCPN, FUNCT_1,
      FUNCT_2;
 notations TARSKI, XBOOLE_0, ZFMISC_1, SUBSET_1, RELAT_1, RELSET_1, MCART_1,
      DOMAIN_1, PETRI, FUNCT_1, FUNCT_2;
 constructors RELSET_1, DOMAIN_1, MEMBERED, XBOOLE_0, PETRI, FUNCT_2;
 registrations RELSET_1, SUBSET_1, XBOOLE_0, MEMBERED,
 ZFMISC_1, NAT_1, FUNCT_2;
 requirements SUBSET, BOOLE;
 definitions TARSKI, XBOOLE_0,PETRI, FUNCT_2;
 theorems RELSET_1, SUBSET_1, MCART_1, TARSKI, ZFMISC_1, RELAT_1, XBOOLE_0,
  PETRI;
 schemes DOMAIN_1;

begin

::::::::::::::::::::::
:: definition 4 ::::::
::::::::::::::::::::::
 reserve PTN for PT_net_Str;
definition
 struct Colored_PT_net_Str
 (# PTN, CS -> set, q -> set #);
::>*305
end;

definition
 let PTN be PT_net_Str;
 let CS be non empty set;
 mode firing_rule of PTN,CS -> Function means
   for t being transition of PTN
     holds {t}*' <> {} implies it in Funcs( thin_cylinders(CS, *'{t}),
::>                                                         *103
```

```
       thin_cylinders(CS,{t}*'));
::>                *103
   correctness;
end;


::::::::::::::::::::::
:: definition 5 ::::::
::::::::::::::::::::::
 reserve E for set;
 reserve CPN for Colored_PT_net_Str;
definition
 let E be non empty set;
 let CPN;
 e is a color count of CPN implies
::>,143,309
 e equals f.:(CS,Nat) & E equals {e};
end;


::::::::::::::::::::::
:: definition 6 ::::::
::::::::::::::::::::::
 reserve E,M for set;
 reserve CPN for Colored_PT_net_Str;
definition
 let M be non empty set;
 let CPN;
 m is a colored state of CPN implies
::>,143,309
 m = f.:(P,E) & M = {m};
end;


::::::::::::::::::::::
:: definition 7 ::::::
::::::::::::::::::::::
 reserve T,P for set;
 reserve CPN for Colored_PT_net_Str;
definition
```

```
 let t be in T & P be in P &
::>      *398
 t*' = {p : p in P & ex f st (f in [:T,P:] & f = [t,p])} &
 t*' <> {} implies
 To  = {t : t is an outbound transition of CPN};
end;


::::::::::::::::::::::
:: definition 8 ::::::
::::::::::::::::::::::
 reserve CPN1,CPN2 for Colored_PT_net_Str;
 reserve PTN1,PTN2 for PT_net_Str;
definition
 let CPN1 be Colored_PT_net_Str,
 CPN2 be Colored_PT_net_Str,
 PTN1 be PT_net_Str,
 PTN2 be PT_net_Str;
 O12 c= [:To1,P2:] &
::>*143     *143,143
 O21 c= [:To2,P1:] &
::>*143     *143,143
  P1 /¥ P2 = {} &
  T1 /¥ T2 = {} &
::>,143 *143
 to1 in To1 implies
::>*143
 [O12,O21] is f.:(CPN1,CPN2) &
::>           *309
 l.:(to1) is {p:pin P2 & ex f st f in O12 & f=[to1,p]} &
 l.:(to2) is {p:pin P1 & ex f st f in O21 & f=[to2,p]};
end;


::::::::::::::::::::::
:: definition 9 ::::::
::::::::::::::::::::::
 reserve CPN1,CPN2 for Colored_PT_net_Str;
 reserve PTN1,PTN2 for PT_net_Str;
```

```
definition
 let CPN1 be Colored_PT_net_Str,
     CPN2 be Colored_PT_net_Str,
     PTN1 be PT_net_Str,
     PTN2 be PT_net_Str;
 for to1 holds to1 in To1 and q12 = f.:(C(CS1,*'to1),C(CS1,l.:(to1))) &
::>    *131             *143*395
 for to2 holds to2 in To2 and q21 = f.:(C(CS2,*'to2),C(CS",l.:(to2))) &
```

P1 /¥ P2 = {} &
T1 /¥ T2 = {} implies

```
 [q12,q21] is f.:(CPN1,CPN2);
end;
```

```
::::::::::::::::::::::
:: definition 10::::::
::::::::::::::::::::::
 reserve CPN1,CPN2,SPN for Colored_PT_net_Str;
 reserve P1, P2, T1, T2 for set;
definition
  let CPN1 be Colored_PT_net_Str = (P1, T1, I1, O1);
::>                              *330
  let CPN2 be Colored_PT_net_Str = (P2, T2, I2, O2);
::>                              *330
  let SPN be Colored_PT_net_Str;
  SPN is synthesis of CPN1,CPN2 implies
::>             *309
```

SPN = (P1 ¥/ P2, T1 ¥/ T2, I1 ¥/ I2, O1 ¥/ O2 ¥/ O12 ¥/ O21,
CS1 ¥/ CS2, q1*q2*q12*q21)

```
end;
```

```
::::::::::::::::::::::
:: definition 11::::::
::::::::::::::::::::::
 reserve CPNa,CPNb,SPN for Colored_PT_net_Str;
 reserve Pa, Pb, Ta, Tb for set;
definition
```

```
 let CPNb be Colored_PT_net_Str = (Pb, Tb, Ib, Ob);
::>                             *330
 let SPN be Colored_PT_net_Str;
 SPN is synthesis of CPNa,CPNb implies
::>             *309
```

SPN = (Pa ¥/ Pb, Ta ¥/ Tb, Ia ¥/ Ib, Oa ¥/ Ob ¥/ Oab ¥/ Oba,
CSa ¥/ CSb, qa*qb*qab*qba) &

```
 for a<>b ex D (qab <> {} & qab' <> {} implies b = b');
end;


::::::::::::::::::::::
:: definition 12::::::
::::::::::::::::::::::
 reserve CPNa,CPNb for Colored_PT_net_Str;
 reserve Pa, Pb, Ta, Tb, X for set;
definition
 let X be {CPNa};
::>      *398
 CPNa in X implies
 N.(CPNa) = {CPNb : Oab.t <> {}, t in Ta, a<>b} &
::>,143               *143,143 *372
 a pair XPN = (X, N(CPNa)) means a cell Petri net;
end;

::>
::> 4: This inference is not accepted
::> 103: Unknown functor
::> 131: No reserved type for a variable, free in the default type
::> 143: No implicit qualification
::> 305: Selector symbol expected
::> 309: Mode symbol or attribute symbol expected
::> 330: Unexpected end of an item (perhaps ";" missing)
::> 372: "}" expected
::> 395: Justification expected
::> 398: Type expected
```